PHYSIKA Physikalische Praktika der Universität Bremen

Wirbelströme (E8)

Ziel des Versuches

In diesem Versuch werden Sie die Funktionsweise einer Wirbelstrombremse (bewegter elektrischer Leiter in einem homogenen stationären Magnetfeld) kennenlernen. [1]Mit einer Wirbelstrombremse werden geschwindigkeitsabhängige Bremsbeschleunigungen erzielt, da sie einen Teil der kinetischen Energie eines bewegten Systems in joulsche Wärme umwandelt. Die *verschleißfrei* wirkende Wirbelstrombremse wird bei modernen, schnellen Fahrzeugen, wie z. B. dem ICE, im Bereich hoher Geschwindigkeiten angewendet.

[1] Im Gegensatz dazu werden die früher in der medizinischen Therapie zur Gewebeerwärmung (Durchblutungsförderung) verwendeten Wirbelströme durch magnetische Wechselfelder erzeugt. Eine effektivere Gewebeerwärmung erhält man heute in der Therapie jedoch durch die Applikation von Mikrowellen.

Obwohl der Versuch in der Durchführung relativ einfach ist, sind die Grundlagen des Versuches komplexerer Natur. Sie werden sich mit grundlegenden Gesetzen der Elektro- und Magnetostatik und -dynamik, vor allem mit der Lorentzkraft, die eine zentrale Rolle im Versuch spielt, aber auch mit dem Kräftegleichgewicht und der Reibung auseinandersetzen müssen. Ein wichtiger Zusammenhang ist die nichtlineare Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld die daraus resultiert, dass das äußere Magnetfeld einerseits die Wirbelströme erzeugt und andererseits diese Wirbelströme wiederum mit dem äußeren Magnetfeld wechselwirken und eine Bremswirkung hervorrufen.

Im Versuch sollen zuerst die grundlegenden Abhängigkeiten für zwei Metallscheiben aus unterschiedlichen Materialien untersucht werden. Aus den Messergebnissen werden dann die spezifischen Widerstände der Materialien ermittelt. Zusätzlich soll bei der Kupferscheibe die Bremsbeschleunigung in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit bestimmt werden.

Theoretischer Hintergrund

Gleichgewicht der Drehmomente

In diesem Versuch wird eine drehbar gelagerte Scheibe aus leitfähigem und nichtmagnetischem Material (Cu- und Al-Scheibe) mit Hilfe eines herablaufenden Massestücks in Rotationsbewegung versetzt. Das Massestück hängt an einem Faden, der vor dem Start auf der Drehachse der Scheibe fest aufgewickelt ist. Der Radius der Drehachse sei r_1, der Radius der Scheibe r_2. Bei ablaufendem Faden wird die Scheibe dann mit dem Drehmoment

$$\left|\vec{M}_1\right| = mgr_1 \tag{1}$$

beschleunigt. Wie in Abb. 1 dargestellt ist, sind zusätzlich beidseitig der Scheibe kreisförmige Polschuhe (Radius r_3) eines Elektromagneten angeordnet.

Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Polschuhe und dem Drehpunkt der Scheibe sei r_4. Durch einen Elektromagneten wird zwischen den Polschuhen die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ erzeugt, so dass ein homogener magnetischer Fluss stets einen Teil der mechanisch bewegten Scheibe senkrecht zur Scheibenebene durchdringt. Wie weiter unten gezeigt wird,

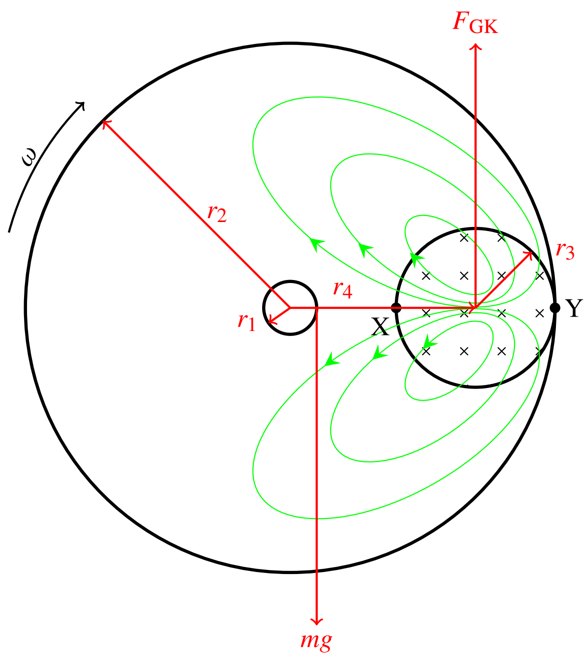

Abbildung 1: Geometrische Anordnung von Scheibe mit Drehachse, Polschuh, Magnetfeld und Verlauf der Wirbelströme (grün) bei sich drehender Scheibe

führt bei einem im Magnetfeld bewegten Leiter die Lorentzkraft zur Herausbildung von Wirbelströmen in der Scheibenebene, deren typische Verläufe in Abb. 1 eingezeichnet sind.[2] Anschaulich gesprochen erzeugen die Wirbelströme in der Scheibe wiederum Magnetfelder, die mit dem äußeren Magnetfeld wechselwirken und dadurch die Bewegung der Scheibe abbremsen. Da alle Wirbelströme innerhalb der Polschuhe im Wesentlichen in eine Richtung fließen und dort der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ ausgesetzt sind, entsteht durch die Lorentzkraft eine Gegenkraft F_{GK}. Diese erzeugt das Drehmoment

$$\left|\vec{M}_2\right| = F_{\mathrm{GK}}\, r_4 \quad , \tag{2}$$

welches dem Drehmoment $\vec{M}_1$ entgegenwirkt. Wie wir weiter unten sehen werden, nimmt die Stärke der Wirbelströme und damit auch die Gegenkraft mit schneller werdender Bewegung der Scheibe zu, so dass sich nach einer bestimmten Zeit ein Gleichgewicht $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$ einstellen wird, bei dem sich beide Drehmomente kompensieren. Ist das Gleichgewicht erreicht, so gilt

$$mgr_1 = F_{\mathrm{GK}}\, r_4 \quad . \tag{3}$$

2.Newtonsches Axiom

Das ist der kräftefreie Fall.

Wie Sie im Experiment beobachten werden, bewegt sich die Scheibe nach Erreichen dieses Gleichgewichts mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω. Wie groß die sich einstellende, gleichbleibende Winkelgeschwindigkeit ω tatsächlich sein wird, hängt bei einer vorgegebenen Scheibe von deren der Leitfähigkeit κ, der Größe des Magnetfeldes $\vec{B}$ und der Größe der

[2] Würde sich die gesamte Scheibe in einem homogenen Magnetfeld befinden, so könnten sich keine Wirbelströme ausbilden. Alle freien Ladungsträger würden sich nur in eine Richtung, je nach Drehrichtung der Scheibe und der Richtung des Magnetfeldes entweder zur Mitte der Scheibe oder zum Rand hin, bewegen. Zwischen Mittelpunkt und Rand der Scheibe entsteht dann eine Spannung. Eine solche Anordnung wird in der Literatur als Unipolarmaschine, Barlowsche Scheibe oder Faraday Disk bezeichnet.

antreibenden Masse m ab. Zusätzlich spielt dabei auch die Größe der Polschuhe und deren Abstand vom Mittelpunkt der Scheibe eine Rolle, da die Bahngeschwindigkeit der mechanisch bewegten Ladungsträger am Rand der Scheibe größer ist. Im Folgenden ist nun die Gegenkraft F_{GK} zu berechnen.

Lorentzkraft

Eine zentrale Rolle spielt in diesem Versuch die Lorentzkraft, die die Kraftwirkung auf ein sich bewegendes und geladenes Teilchen im Magnetfeld beschreibt. Für ein sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ im Magnetfeld $\vec{B}$ bewegendes Elektron mit der Ladung $-e$ gilt :

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = -e\,\vec{v} \times \vec{B} \quad . \tag{4}$$

Das Vektorprodukt (Dreifingerregel der rechten Hand) sagt aus, dass die Kraft sowohl senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor des Teilchens als auch senkrecht zum Magnetfeld wirkt. Ein sich ursprünglich geradlinig bewegendes, geladenes Teilchen wird durch die senkrecht zur Bewegungsrichtung stehende Magnetfeldkomponente auf eine Kreisbahn gezwungen. Da in unserem Versuch der Geschwindigkeitsvektor des bewegten Elektrons und der Flussdichtevektor des Magnetfelds senkrecht zueinander stehen werden, reicht es hier aus, die Formel in skalarer Form $F_{\mathrm{L}} = -evB$ zu schreiben, wenn wir dabei im Hinterkopf behalten, dass die Lorentzkraft sowohl senkrecht zur Ladungsträgergeschwindigkeit als auch senkrecht zum Magnetfeld wirkt.

Die durch die Lorentzkraft erzeugte Spannung

Im Versuch wird ein Leiter in Form einer Cu- oder Al-Scheibe gedreht. Der zwischen den Polschuhen des Elektromagneten erzeugte homogene magnetische Fluss durchdringt die sich drehende Scheibe aus leitfähigem Material senkrecht zur Scheibenebene. Die Scheibe stellt ein abgeschlossenes Volumen mit frei beweglichen Elektronen dar, das insgesamt elektrisch neutral ist. Wird nun die Scheibe mit einer Winkelgeschwindigkeit ω gedreht, so bewegen sich die einzelnen Elektronen entsprechend ihres Abstandes r vom Scheibenmittelpunkt mit einer Bahngeschwindigkeit $v = \omega r$ tangential zur Scheibe und damit senkrecht durch das Magnetfeld mit der Flussdichte B. Die Lorentzkraft bewirkt nun eine Verschiebung der Elektronen in radialer Richtung (bei der in Abb. 1 angegebenen Dreh- und Magnetfeldrichtung nach innen). Da die Elektronen das Volumen nicht verlassen können, entstehen Raumladungen, die wiederum ein elektrisches Feld $\vec{E}$ erzeugen. Dadurch werden die Elektronen soweit wieder zurückgedrängt, bis sich ein Gleichgewicht zwischen elektrostatischer Kraft und der Lorentzkraft $\vec{F}_L$ einstellt. Da hier die skalare Schreibweise ausreicht, gilt:

Coulombsches Gesetz: $\vec{F}_C = -e\vec{E}$

$$-eE = -e\,vB \quad . \tag{5}$$

Das im Gleichgewichtszustand vorliegende elektrische Feld bewirkt eine Spannung

$$U = \int E\,\mathrm{d}r \quad .$$

Unter Verwendung von (5) ergibt sich für die im Bereich der Polschuhe zwischen den Punkten X und Y der Scheibe (siehe Abb. 1) durch Lorentzkraft erzeugte Urspannung U_{EMK}:

$$U_{\mathrm{EMK}} = \int_{r_4-r_3}^{r_4+r_3} vB\,\mathrm{d}r = \int_{r_4-r_3}^{r_4+r_3} \omega rB\,\mathrm{d}r = 2\omega Br_4r_3 = 4\pi f Br_4r_3 \quad . \quad (6)$$

Aus praktischen Gründen ersetzen wir hier die Winkelgeschwindigkeit ω durch die Frequenz f, die gleich der Umdrehungszahl unserer Scheibe pro Sekunde ist. Diese Spannungsquelle hat wie jede Spannungsquelle einen Innenwiderstand R_{i}. Der Innenwiderstand ergibt sich aus den Materialeigenschaften zu

$$R_{\mathrm{i}} = \rho\frac{l}{A} = \frac{l}{\kappa A} \quad , \quad (7)$$

wobei ρ der spezifische Widerstand des Materials bzw. $\kappa = 1/\rho$ die Leitfähigkeit, $l \approx 2r_3$ die Länge der Strompfade innerhalb der Polschuhe und A der Leiterquerschnitt sind.

Wirbelstromstärke

Durch die zwischen den Punkten X und Y erzeugte Spannung bilden sich in der leitfähigen Scheibe Kreisströme, die als Wirbelströme bezeichnet werden und deren Verläufe in Abb. 1 eingezeichnet sind. Dadurch haben wir es mit einer belasteten Spannungsquelle zu tun. Somit steht zwischen den Punkten X und Y nur die Klemmenspannung $U_{\mathrm{K}} = U_{\mathrm{EMK}} - IR_{\mathrm{i}}$ zur Verfügung.

Tatsächlich handelt es sich um eine Vielzahl von Kreisströmen mit unterschiedlichen Radien, die aber in einem einfachen Modell, dargestellt in Abb. 2, zu einem halbkreisförmigen Strom zwischen den Punkten X und Y zusammengefasst werden können. Aus geometrischen Gründen lässt sich nun der im Wirbelstromkreis auftretende Lastwiderstand als $R_{\mathrm{L}} \approx (\pi/2)R_{\mathrm{i}} \approx 1{,}5R_{\mathrm{i}}$ beschreiben, da hier R_{L} der Umfang des Halbkreises mit dem Durchmesser R_{i} ist.[3] Aus dem Maschensatz

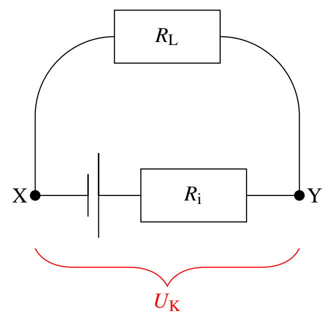

Abbildung 2: Klemmenspannung

$$U_{\mathrm{EMK}} - IR_{\mathrm{i}} = U_{\mathrm{K}} = IR_{\mathrm{L}}$$

ergibt sich $U_{\mathrm{EMK}} = IR_{\mathrm{i}} + 1{,}5IR_{\mathrm{i}} = 2{,}5IR_{\mathrm{i}}$. Unter Verwendung von (6) erhält man die Stärke des Wirbelstroms zu:

$$I = \frac{U_{\mathrm{EMK}}}{2{,}5R_{\mathrm{i}}} = \frac{4\pi f Br_3r_4}{2{,}5R_{\mathrm{i}}} \quad . \quad (8)$$

Diese Formel verknüpft die Stärke der Wirbelströme mit den Materialeigenschaften der Scheibe. Je leitfähiger die Scheibe ist, um so stärker werden die Wirbelströme.

Die Gegenkraft F_{GK}

Die sich drehende Scheibe sorgt dafür, dass der im Bogen rückfließende Strom – der ja selbst ein Magnetfeld erzeugt – mit dem äußeren Magnetfeld wechselwirkt und die Scheibe abbremst. Der Stromfluss innerhalb der Polschuhe zwischen den Punkten X und Y ist senkrecht zum $\vec{B}$-Feld und führt damit zu einer Lorentzkraft, die die Scheibe bremst und im Folgenden als Gegenkraft F_{GK} bezeichnet wird. Aus $F_{\mathrm{GK}} = -ne\tilde{v}B$ ergibt sich mit

[3] Dieses recht einfache Modell wird im Versuch E10 sogar quantitativ bestätigt.

$\tilde{v} = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$ und $I = -\mathrm{d}(ne)/\mathrm{d}t$ die Lorentzkraft pro Längeneinheit zu:

$$\frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{GK}}}{\mathrm{d}s} = IB \quad .$$

Damit wird

$$F_{\mathrm{GK}} = \int_{r_4+r_3}^{r_4-r_3} IB\mathrm{d}s = 2r_3IB \quad .$$

Setzt man in diese Gleichung die bereits in (8) berechnete Stromstärke ein, so ergibt sich für die Gegenkraft:

$$F_{\mathrm{GK}} = \frac{8\pi f r_3^2 r_4}{2{,}5R_{\mathrm{i}}}B^2 \quad . \tag{9}$$

Damit wächst die Gegenkraft F_{GK} quadratisch mit der magnetischen Flussdichte B des äußeren Magnetfelds und ist um so stärker, je größer die Umdrehungszahl f und je kleiner der Widerstand R_{i} des Materials sind. Auch die geometrische Anordnung der Polschuhe innerhalb des Radius der Scheibe spielt eine Rolle, da die Bahngeschwindigkeit $(2\pi f r_4)$ weiter außen größer wird.

Umdrehungsfrequenz f

Nach Einsetzen der Gegenkraft F_{GK} (9) in (3) und Ersetzen von R_{i} durch (7) erhält man schließlich im Kräftegleichgewicht folgenden Zusammenhang für die konstante Umdrehungsfrequenz:

$$f = Z\frac{\rho m}{B^2} \quad , \tag{10}$$

wobei m die Masse des antreibenden Massestücks und ρ der spezifische Widerstand des Scheibenmaterials sind. Der Proportionalitätsfaktor Z, für uns hier nicht weiter interessant, enthält alle weiteren Größen, die sich aus der Geometrie des Experiments ergeben. Es gilt:

$$Z = \frac{2{,}5gr_1}{4\pi r_3 r_4^2 A} \approx 5 \cdot 10^6\, m^{-3} s^{-2} \quad . \tag{11}$$

Der angegebene Zahlenwert gilt für die von uns im Versuch verwendete Anordnung, in der sich die Polschuhe möglichst weit außen befinden und mit dem Rand der Scheibe abschließen, wenn also $r_3 + r_4 = r_2$ ist. Beim Querschnitt $A = h_{\mathrm{eff}}d$ sind d die Scheibendicke und h_{eff} eine effektive Höhe. Nur innerhalb dieser effektiven Höhe kann der Strom zwischen den Punkten X und Y in eine Richtung fließen. Die effektive Höhe wird größer je weiter innen der Polschuh sitzt, es gilt also $h_{\mathrm{eff}} \sim 1/r_4$, da die Bahngeschwindigkeit der Scheibe innen geringer ist. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache wächst der Faktor Z in Gleichung (11) nur linear mit kleiner werdendem Abstand r_4, wie man es auch experimentell beobachten kann. Bei weiter innen sitzenden Polschuhen ist der Faktor Z und damit die sich im Gleichgewicht nach Gleichung (10) einstellende Umdrehungsfrequenz f größer und damit die Bremswirkung kleiner. Da die effektive Höhe h_{eff} sehr schwer zu berechnen ist, wurde der Faktor Z über das Experiment kalibriert.

Zusammenfassend ergibt sich, dass die Umdrehungsfrequenz f nach Erreichen des Gleichgewichts der Drehmomente direkt proportional zur Größe *der antreibenden Masse und indirekt proportional zum Quadrat der magnetischen Flussdichte des äußeren Magnetfelds ist. Eine direkte Proportionalität zum spezifischen Widerstand wird erhalten. Das ist auch verständlich, da bei größerem spezifischen Widerstand (schlechter leitendes Material) die Stärke der Wirbelströme und damit die Bremswirkung geringer ausfallen.*

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer drehbar gelagerten etwa 18 cm großen Scheibe aus leitfähigem Material. Die Drehachse ist waagerecht ausgerichtet. An einen Faden, der an der Drehachse befestigt und auf diese aufgewickelt ist, wird ein Massestück befestigt. Das über eine Rolle herunterlaufende Massestück versetzt die Scheibe in eine beschleunigte Drehbewegung. Zwei runde Polschuhe (Durchmesser 55 mm) eines Elektromagneten sind links und rechts der Scheibe angeordnet, so dass ein homogenes Magnetfeld die Scheibenebene im Bereich der Polschuhe durchdringt. Die in der Scheibenebene entstehenden Wirbelströme bremsen die Bewegung der Scheibe. Damit sich ein möglichst starker Bremseffekt ergibt, sollen die Polschuhe so angeordnet werden, dass der Rand der Polschuhe mit dem Rand der Scheibe abschließt, so dass $r_3 + r_4 = r_2$ gilt. Nur für diesen Fall gilt der in Gleichung (11) angegebene Zahlenwert. Zur Messung der Umdrehungsfrequenz der Scheibe stehen Ihnen ein Drehwinkelsensor und ein CASSY-Messwerterfassungssystem zur Verfügung.

Aufgabenstellung

1. Messen Sie die magnetische Flussdichte B zwischen den Polschuhen des Elektromagneten mit dem Teslameter für verschiedene Stromstärken und fertigen Sie eine Kalibrierungskurve bereits im Praktikum an.

2. Messen Sie für beide Scheiben (Cu und Al) für jeweils etwa 5 verschiedene Massen m (50 g bzw 20 g-Schritte) bei festgehaltener Flussdichte B des äußeren Magnetfeldes die Zahl der Umdrehungen über die Zeit. Aus diesen Abhängigkeiten muss jeweils der Bereich ermittelt werden, in dem sich das Gleichgewicht (konstante Frequenz f) eingestellt hat. Stellen Sie die Abhängigkeiten $f = f(m)$ grafisch dar.

3. Messen Sie für beide Scheiben die Umdrehungsfrequenz f, die sich nach Erreichen des Gleichgewichts der Drehmomente eingestellt hat, für jeweils 10 geeignete Werte der magnetischen Flussdichte B bei festgehaltener Masse m. Stellen Sie die erhaltenen Abhängigkeiten $f = f(B)$ grafisch dar. Überprüfen Sie den quadratischen Zusammenhang entweder durch Fitten der Kurve oder durch zusätzliche linearisierte Darstellungen $f = f(B^{-2})$.

4. Ermitteln Sie das Verhältnis der Leitfähigkeiten von Cu und Al aus den Anstiegen der Kurven $f = f(m)$.

5. Ermitteln Sie die spezifischen Widerstände ρ beider Scheibenmaterialien und vergleichen Sie mit den Literaturwerten.

6. *Nur für Physikstudierende:* Versetzen Sie eine Scheibe in eine schnelle Drehbewegung, indem Sie am aufgewickelten Faden (ohne Massestück) etwas stärker ziehen. Messen Sie mit dem Drehwinkelsensor und Nutzung des CASSY-Systems den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \omega(t)$ der sich drehenden Scheibe. Schalten Sie den Elektromagneten bei bereits laufender Messung erst nach einer kurzen Zeit ein, um den Einfluss der durch den Sensor zusätzlich auftretenden konstanten Reibung abschätzen zu können. Ermitteln Sie aus $\omega = \omega(t)$ den zeitlichen Verlauf der Bremsbeschleunigungen $\alpha = \alpha(t)$ und stellen Sie den Zusammenhang $\alpha = \alpha(\omega)$ dar. Weisen Sie durch exponentielle Anpassung von $\omega(t)$ das Auftreten einer geschwindigkeitsproportionalen Bremswirkung nach. Welche Reibung tritt hier auf?[4]

[4] Denken Sie an die Subtraktion der Kurven!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Aufgabe 1: Die Schutzkappe des Teslameters bei der Messung *bitte nicht* entfernen. Die Messung ist zwischen den Polschuhen bei herausgenommener Scheibe durchzuführen. Es ist zu beachten, dass das Teslameter nur in einer Richtung den richtigen (maximalen) Wert liefert (Warum?).

2. Aufgabe 2: Wählen Sie eine mittlere Flussdichte B aus. Wickeln Sie den Faden fest und nebeneinander, aber nicht übereinander um die Drehachse, schalten Sie das Magnetfeld ein und lassen Sie das Massestück hinunterlaufen. Messen Sie mit Hilfe des Drehwinkelsensors und dem CASSY-System die Zahl der Umdrehungen bzw. den Drehwinkel über der Zeit. Aus der grafischen Darstellung am Computerbildschirm können Sie genau entnehmen, nach welcher Zeit das Gleichgewicht der Drehmomente erreicht ist und eine konstante Umdrehungsfrequenz vorliegt. Dabei ist es sehr hilfreich, sich die Ableitung der Funktion ebenfalls darstellen zu lassen. Entnehmen Sie diesen grafischen Darstellungen am Schirm jeweils den gesuchten Messwert. Es ist nicht nötig, die Grafiken auszudrucken.

3. Aufgabe 3: Wählen Sie ein geeignetes Massestück aus. Orientieren Sie sich an der Kalibrierungskurve aus Aufgabe 1, um verschiedene, geeignete Magnetflussdichten über ihr Stromversorgungsgerät einzustellen zu können. Ermitteln Sie wie in Aufgabe 2 zuerst aus der Aufzeichnung der Umdrehungszahl über der Zeit und der zeitlichen Ableitung dieses Zusammenhangs am Computerbildschirm jeweils den Bereich, in dem sich das Gleichgewicht eingestellt hat. Entnehmen Sie dann diesen grafischen Darstellungen am Schirm jeweils den gesuchten Messwert. Es ist nicht nötig, alle Grafiken auszudrucken. Eine typische derartige Grafik sollte in Ihrem Versuchsbericht zur Verdeutlichung des Messverfahrens jedoch dokumentiert werden.

4. Aufgabe 5: Verwenden Sie (10) und den für Z in (11) angegebenen Wert.

5. Aufgabe 6: Zeichnen Sie den Drehwinkel β über der Zeit mit dem CASSY-System auf. Ermitteln Sie aus diesem Zusammenhang die zeitlichen Verläufe der Winkelgeschwindigkeit $\omega(t)$ und der Bremsbeschleunigung $\alpha(t)$.