

## Bestimmung des magnetischen Momentes eines Magneten (E14)

### Ziel des Versuches

Das Induktionsgesetz wird zur Messung des magnetischen Momentes von Permanentmagneten verwendet.

### Theoretischer Hintergrund

Wird ein (Permanent-)Magnet mit einer Geschwindigkeit  $v$  durch eine Spule mit der Windungszahl  $N_{\text{ges}}$  bewegt, so ändert sich der die Spule durchsetzende magnetische Fluss  $\Phi$  und es wird eine Spannung  $U_{\text{ind}}$  induziert:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt}(N\Phi) \quad .$$

Dabei ist  $N$  die Anzahl der Windungen, die von  $\Phi$  durchsetzt werden. Im

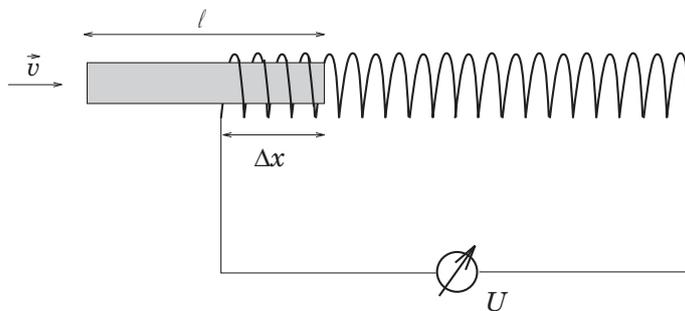


Abbildung 1: Induktion in einer Spule durch Bewegung eines Permanentmagneten.

Folgendes wird gezeigt, dass das Zeitintegral über diese Spannung proportional zum magnetischen Moment  $|\vec{m}|$  des Magneten ist. Dadurch lässt sich  $|\vec{m}|$  durch Messung des zeitlichen Verlaufes  $U_{\text{ind}}(t)$  bestimmen.

In Abb. 1 ist die physikalische Situation skizziert. Dabei soll das  $\vec{B}$ -Feld (magnetische Flussdichte) außerhalb des Permanentmagneten vernachlässigt werden, während es innerhalb als konstant angenommen wird. Solange sich der Magnet in seiner ganzen Länge  $l$  noch außerhalb der Spule befindet, ist  $N\Phi = 0$ . Tritt der Magnet nun in die Spule mit der Weglänge  $\Delta x = v\Delta t$  ein, so wird jede Windung der Spule im Eindringbereich vom Fluss  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$  durchsetzt. Dabei ist  $\vec{A}$  der Vektor mit dem Betrag der Querschnittsfläche des Magneten, der in Richtung der Flächennormale zeigt. Die Anzahl  $N(t)$  der betroffenen Windungen ist  $N(t) = (dN/dx)\Delta x(t)$ . Hierbei wird  $dN/dx$

als Windungsdichte  $\rho_N$  bezeichnet. Damit ergibt sich die zeitliche Änderung der Größe  $N\Phi$  während des Eintretens des Magneten zu:

$$\frac{d}{dt}(N(t)\Phi) = \frac{dN}{dt}\Phi = \frac{dN}{dx} \frac{dx}{dt}\Phi = \rho_N v \vec{B} \cdot \vec{A} \quad .$$

Der Fluss nimmt solange zu, bis der Magnet ganz in die Spule eingetaucht ist (die Spule sei länger als der Magnet). Solange sich danach der Magnet ganz im Inneren befindet, hat  $N\Phi$  einen konstanten Wert und es tritt keine Induktion mehr auf. Erst beim Verlassen der Spule tritt wieder ein Induktionseffekt auf. Die induzierte Spannung hat dabei die gleichen Werte und den gleichen zeitlichen Verlauf wie beim Eintreten, nur mit umgekehrten Vorzeichen. Insgesamt ergibt sich damit der in Abb. 2 dargestellte Zeitverlauf der Induktionsspannung.

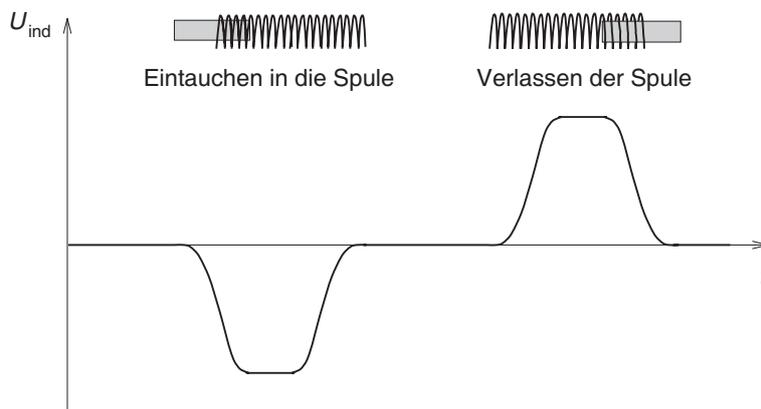


Abbildung 2: Der zeitliche Verlauf der induzierten Spannung.

Für das Zeitintegral der Induktionsspannung vom Zeitpunkt  $t_1$  des Eintretens des Magneten in die Spule bis zum Zeitpunkt  $t_2$  des vollständigen Eintauchens ergibt sich:

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}(N\Phi) dt = -\rho_N \vec{B} \cdot \vec{A} \int_{t_1}^{t_2} v dt = -\rho_N \vec{B} \cdot \vec{A} \cdot \ell \quad . \quad (1)$$

Dabei wurden  $\rho_N$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{A}$  vor das Integral gezogen, weil diese Größen zeitunabhängig sind.

$\vec{B}$  hängt mit dem Dipolmoment des Permanentmagneten  $\vec{m}$  zusammen:

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{\vec{m}}{V} = \frac{\mu_0}{A\ell} \vec{m} \quad , \quad (2)$$

wobei  $V$  das Volumen des Magneten darstellt.<sup>1</sup> Setzt man Gl. (2) in Gl. (1) ein und geht davon aus, dass  $\vec{m}$  parallel zu  $\vec{A}$  orientiert ist, so erhält man:

$$\left| \int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt \right| = \mu_0 \rho_N |\vec{m}| \quad .$$

Das Integral der induzierten Spannung entspricht genau der Fläche unter der Kurve in Abb. 2. Durch Ausmessen der Fläche lässt sich also das magnetische Moment  $|\vec{m}|$  bestimmen.

### Versuchsaufbau und -durchführung

Mehrere Spulen (jeweils: Windungen  $N = 30$ , Länge  $\ell = 12 \text{ mm} \implies \rho_N = 2,5 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$ ) sind auf ein Plexiglasrohr gewickelt. Dieses wird in

<sup>1</sup> Der Betrag des  $\vec{B}$ -Felds vergrößert sich nicht beim Aufeinandersetzen mehrerer Magnete.

senkrechter Lage gehalten und dient zur Führung der Magnete während des freien Falls. Die zylinderförmigen Permanentmagnete befinden sich jeweils einzeln, zu zweit oder zu dritt in Probenhalterröhrchen, die durch die obere Öffnung des Rohres geführt und fallengelassen werden. Beim Durchqueren der Spulen werden Spannungsschübe erzeugt, die über eine entsprechende Schnittstelle auf einen Computer ausgegeben werden können. In dem verwendeten Computer-Programm können sowohl die Messparameter variiert als auch die gespeicherten Messdaten für  $U_{\text{ind}}(t)$  ausgewertet werden. Im Programm ist dazu die Bestimmung der Fläche unter der Spannungskurve bereits vorgesehen, die über einen entsprechenden Menüpunkt aufgerufen werden kann. Durch zusätzliches Einsetzen der Programmfunktion *Zoomen* kann die Anzahl der Nachkommastellen des Integrals beeinflusst werden.

### *Aufgabenstellung*

1. Optimieren Sie die Messparameter für die Bestimmung des Zeitintegrals der induzierten Spannung für einen Einzelmagneten. Achten Sie dabei auf die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse sowie darauf, dass die Abweichung der Zeitintegrale für den ersten und zweiten Spannungsschub nicht größer als 5 % ist.
2. Bestimmen Sie experimentell das Zeitintegral der induzierten Spannung für einen Einzelmagneten und für zwei und drei zusammenhängende Magnete und reproduzieren Sie jede Messung mindestens 2 mal. Berechnen Sie aus dem Ergebnis jeweils das magnetische Moment  $|\vec{m}|$ . Vergleichen Sie die Werte für einzelne und zusammengesetzte Magnete und überprüfen Sie, ob bei den Doppel- und Dreifach-Magneten wie erwartet Vielfache von  $|\vec{m}|$  herauskommen.
3. Im Theorieteil wurden verschiedene Annahmen gemacht. So wurde eine konstante Geschwindigkeit  $v$  vorausgesetzt und das  $\vec{B}$ -Feld außerhalb des Permanentmagneten wurde vernachlässigt. Beschreiben Sie, was sich durch die Annahmen qualitativ ändert. Wie müsste der zeitliche Verlauf von  $U_{\text{ind}}$  aussehen, wenn die Annahmen exakt stimmen würden. Führen Sie mit Hilfe dieser Überlegungen eine Fehlerabschätzung für  $|\vec{m}|$  durch.
4. Nutzen Sie mindestens zwei Datensätze, um aus Ihren Fallexperimenten die Erdbeschleunigung  $g$  zu ermitteln.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Beachten Sie, dass der Magnet beim Passieren der 1. Spule bereits eine Anfangsgeschwindigkeit besitzt.