

Aufbau und Erprobung eines Versuches zu spektroskopischen Untersuchungen mit dem Michelson-Interferometer

Jan Kehlbeck & Ilja Rückmann

Physikalisches Praktikum FB1

Bad Honnef, März 2015

Motivation

- Inbetriebnahme eines MI-Versuchsaufbaus mit einem neu angeschafften Schienen- und Reitersystem von PI miCos
- Erprobung möglicher Aufgabenstellungen für das FP
- Grundlegende Messungen (Polarisation, Kalibrierungskurven des Piezoverstellers, Emissionsspektren LEDs, Transmissionsspektren I-Filter)
- Vermessung der Interferogramme verschiedener Lichtquellen und I-Filter (Kohärenzlänge, Halbwertsbreite)
- Messung des Linienabstands der Na-D-Linie über die resultierende Schwebung im Interferogramm
- Untersuchung der Axial-Moden eines grünen Halbleiterlasers
- Brechungsindex einer Glasplatte

Gliederung

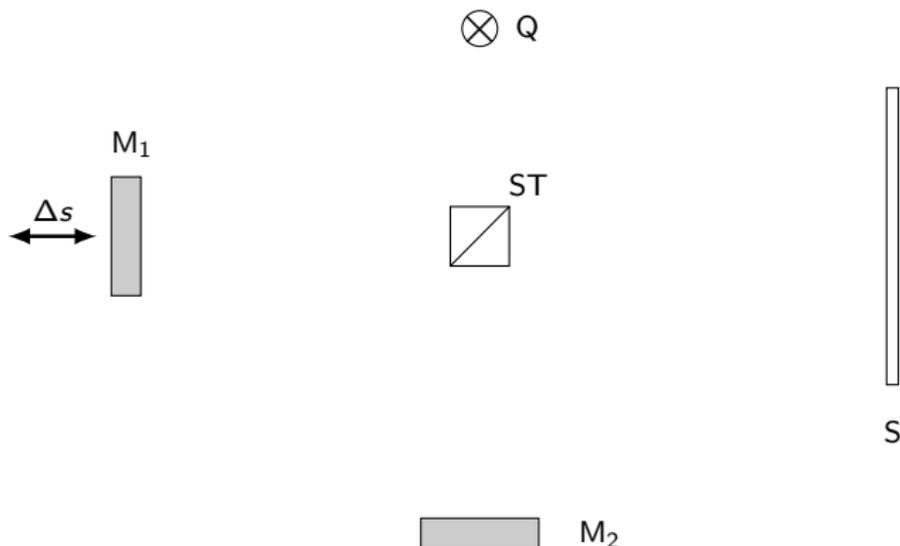
- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

Gliederung

- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

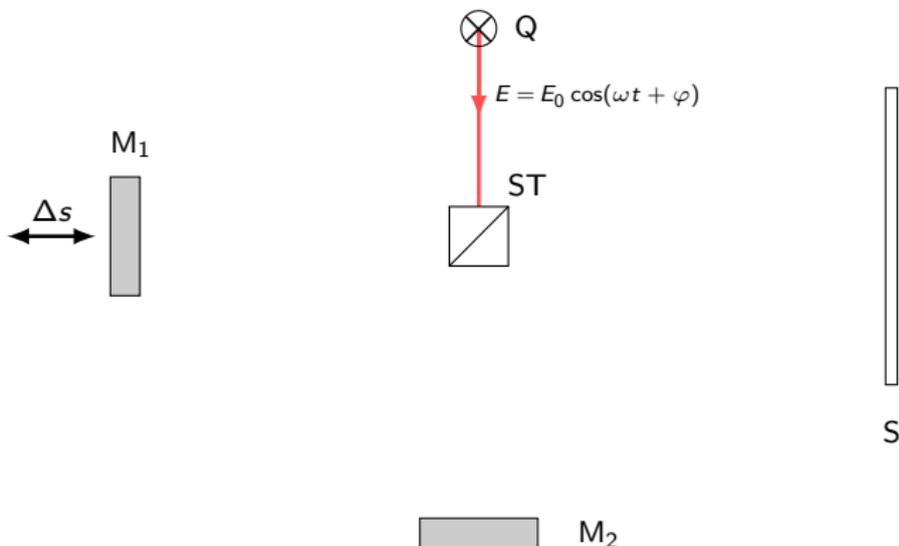
Grundaufbau des Michelson-Interferometers

- Lichtquelle Q: Laser, Natriumdampf Lampe, LEDs
- Strahlteilerwürfel ST 50:50, versilberte Oberflächenspiegel $M_{1,2}$



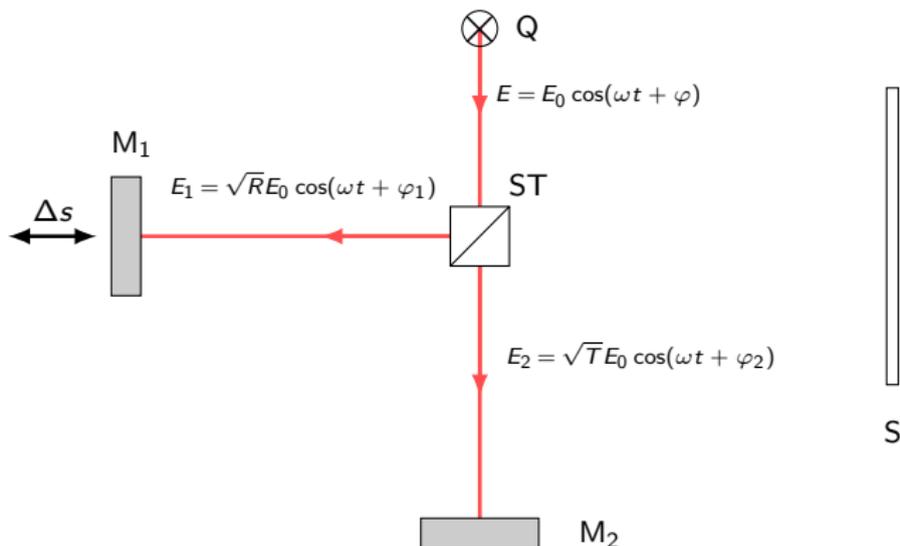
Grundaufbau des Michelson-Interferometers

- Lichtquelle Q: Laser, Natriumdampf Lampe, LEDs
- Strahlteilerwürfel ST 50:50, versilberte Oberflächenspiegel $M_{1,2}$



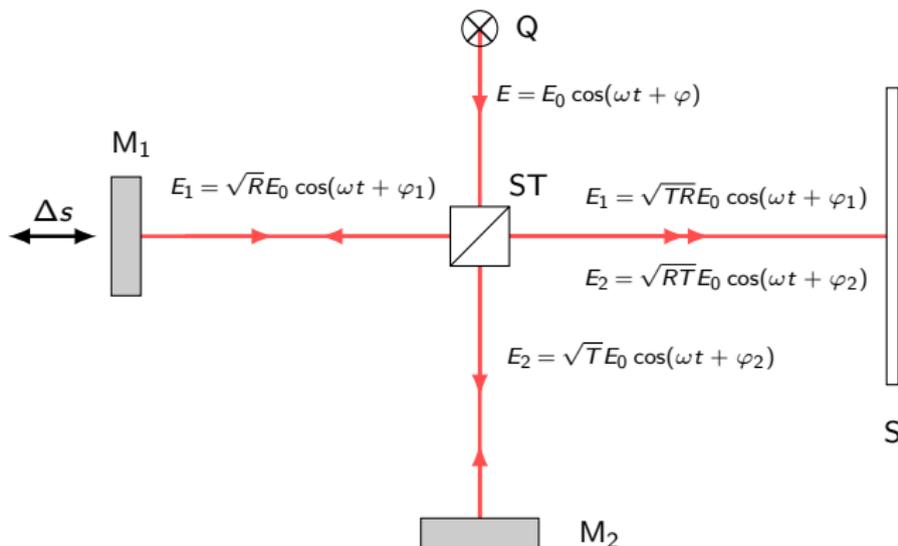
Grundaufbau des Michelson-Interferometers

- Lichtquelle Q: Laser, Natriumdampf Lampe, LEDs
- Strahlteilerwürfel ST 50:50, versilberte Oberflächenspiegel $M_{1,2}$



Grundaufbau des Michelson-Interferometers

- Lichtquelle Q: Laser, Natriumdampf Lampe, LEDs
- Strahlteilerwürfel ST 50:50, versilberte Oberflächenspiegel $M_{1,2}$



- Für die Intensität der Überlagerung beider Wellen E_1 und E_2 gilt

$$I = c\epsilon_0(E_1 + E_2)^2$$

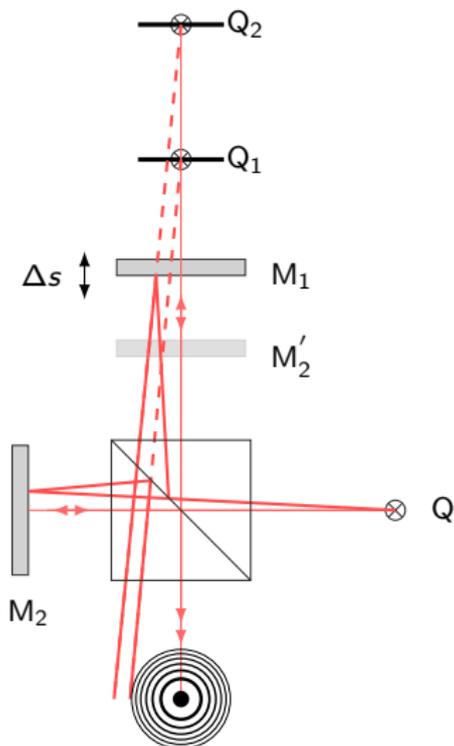
- Mit $T = R = 0,5$ und der Mittelung des zeitabhängigen Terms gilt für die mittlere Intensität am Schirm

$$\bar{I} = \frac{1}{2}\bar{I}_0(1 + \cos(\Delta\varphi)) \quad \text{mit} \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\tilde{s}$$

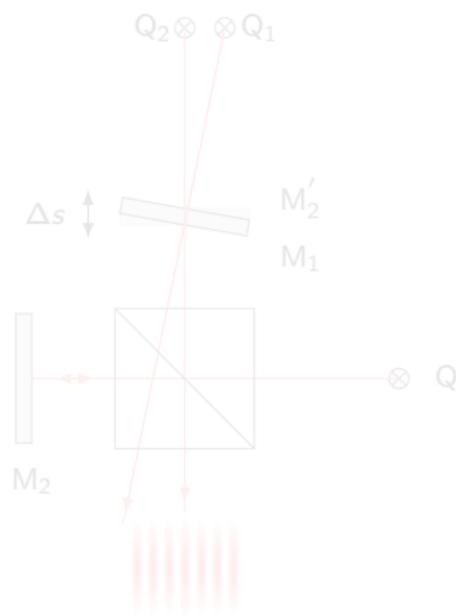
- Wichtig! Zwischen optischer Wegdifferenz $\Delta\tilde{s}$ und Verfahrweg des Spiegels Δs gilt der Zusammenhang: $\Delta\tilde{s} = 2\Delta s$
- $\Delta s = 0 \rightarrow$ Weißlichtposition

Interferenz gleicher Neigung und gleicher Dicke

Gleicher Neigung

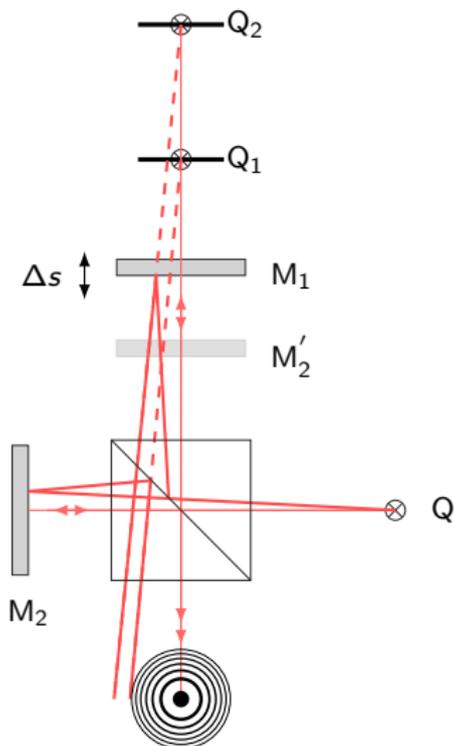


Gleicher Dicke

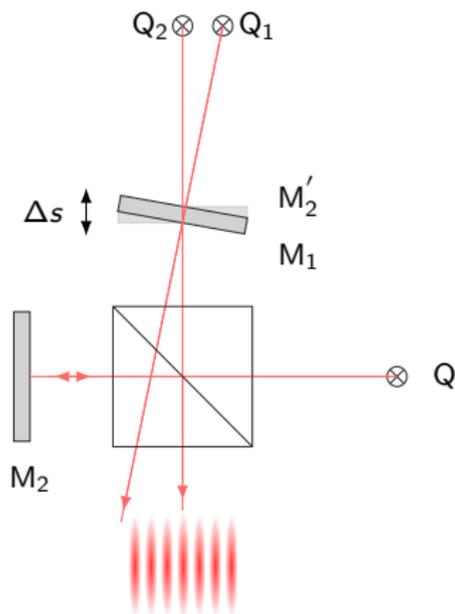


Interferenz gleicher Neigung und gleicher Dicke

Gleicher Neigung



Gleicher Dicke

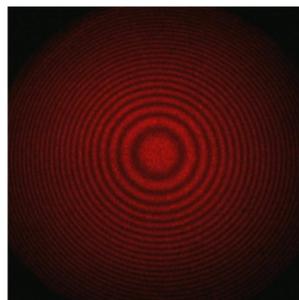
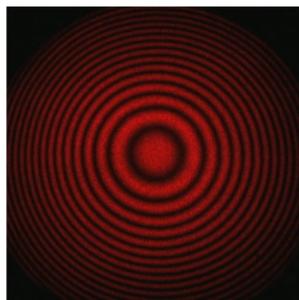
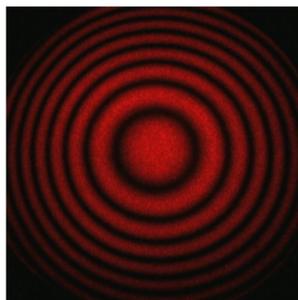
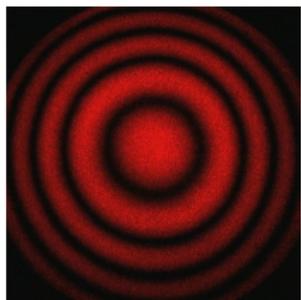


Intensitätsverlauf eines Ringsystems

- Intensitätsverlauf $I(\Delta s, z)$ vor und hinter der Weißlichtposition

Interferenzringe mit dem He-Ne-Laser

- Gangunterschied Δs steigt von links nach rechts



$$\Delta \tilde{s} + 0$$

$$\Delta \tilde{s} + \frac{1}{4}\lambda$$

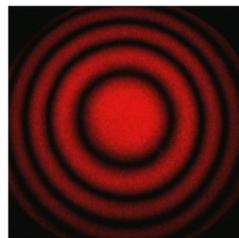
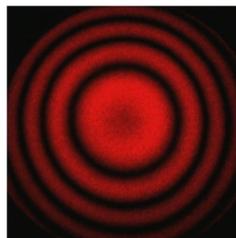
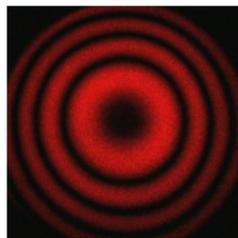
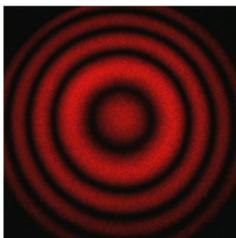
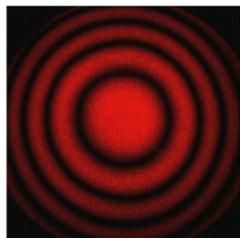
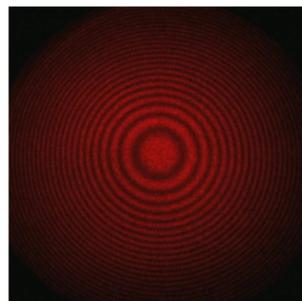
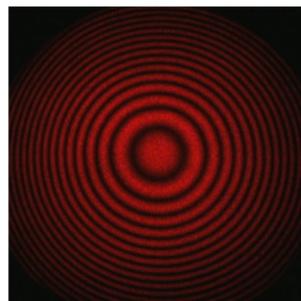
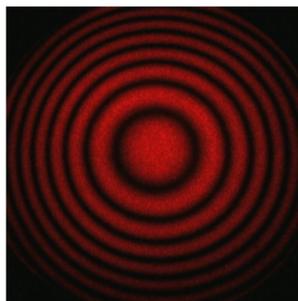
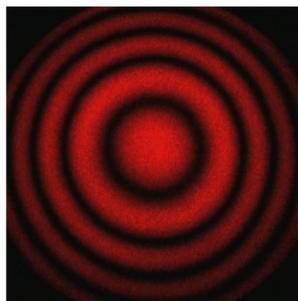
$$\Delta \tilde{s} + \frac{1}{2}\lambda$$

$$\Delta \tilde{s} + \frac{3}{4}\lambda$$

$$\Delta \tilde{s} + \lambda$$

Interferenzringe mit dem He-Ne-Laser

- Gangunterschied Δs steigt von links nach rechts



$$\Delta \tilde{s} + 0$$

$$\Delta \tilde{s} + \frac{1}{4}\lambda$$

$$\Delta \tilde{s} + \frac{1}{2}\lambda$$

$$\Delta \tilde{s} + \frac{3}{4}\lambda$$

$$\Delta \tilde{s} + \lambda$$

Gliederung

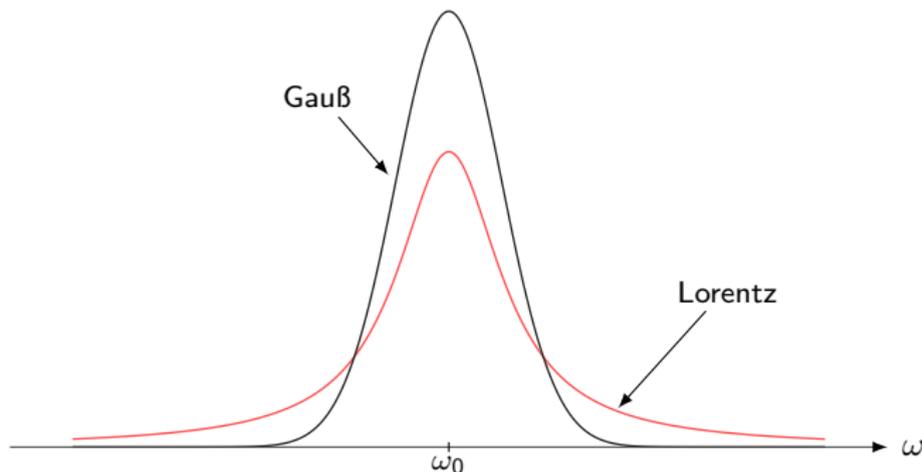
- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme**
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

Messung der Interferogramme

- 1 Interferogramme einer roten und weißen LED sowie der Transmissionsspektren zweier I-Filter mit 546 und 589 nm
- 2 Bestimmung der Kohärenzlängen aus den Einhüllenden der Interferogramme
- 3 Vergleich der Ergebnisse mit denen der FFT

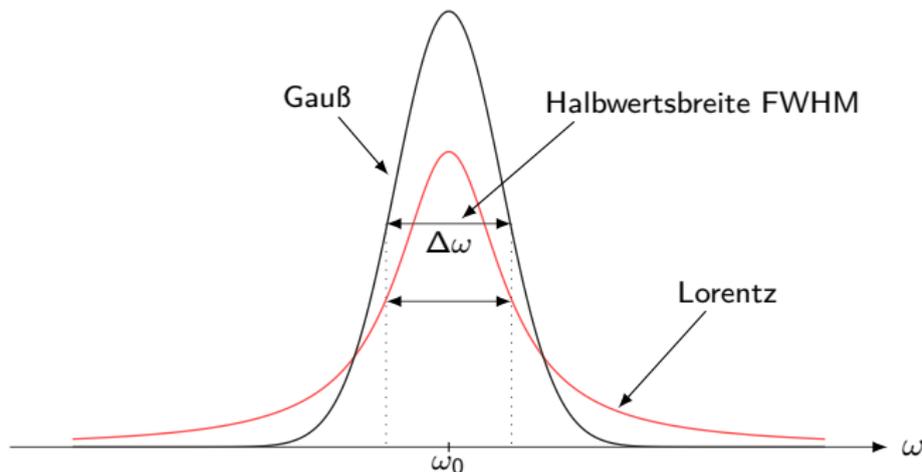
Linienverbreiterungsmechanismen und Linienprofile

- Lorentzprofil resultiert aus der natürlichen Linienbreite sowie Stoßverbreiterungen
- Gaußprofil resultiert aus der Dopplerverbreiterung
- Vergleich eines Lorentz- und Gaußprofils:



Linienverbreiterungsmechanismen und Linienprofile

- Lorentzprofil resultiert aus der natürlichen Linienbreite sowie Stoßverbreiterungen
- Gaußprofil resultiert aus der Dopplerverbreiterung
- Vergleich eines Lorentz- und Gaußprofils:



Interferogramme und Kontrastfunktion

- Interferogramm: Intensität in Abhängigkeit vom Laufzeitunterschied τ bzw. Wegunterschieds Δs der interferierenden Lichtwellen
- Interferogramm $I(\tau)$ für eine monochromatische Lichtquelle:

$$I(\tau) = \frac{1}{2} I_0 (1 + \cos(2\pi\nu_0\tau))$$

- Interferogramm eines verbreiterten Spektrums $S(\omega)$:

$$I(\tau) = \frac{1}{2} I_0 (1 + \Re\{\gamma(\tau)\}) \quad \text{mit} \quad \gamma(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} S(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega}{\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega}$$

- Normierte Selbstkohärenzfunktion $\gamma(\tau)$

Interferogramme und Kontrastfunktion

- Interferogramm: Intensität in Abhängigkeit vom Laufzeitunterschied τ bzw. Wegunterschieds Δs der interferierenden Lichtwellen
- Interferogramm $I(\tau)$ für eine monochromatische Lichtquelle:

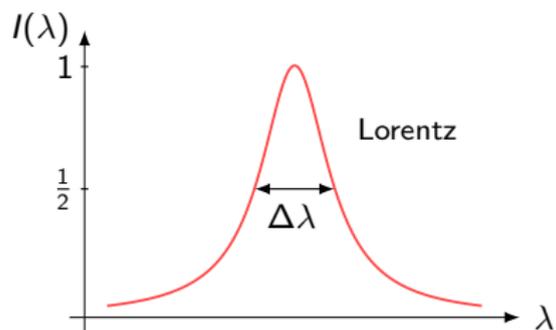
$$I(\tau) = \frac{1}{2} I_0 (1 + \cos(2\pi\nu_0\tau))$$

- Interferogramm eines verbreiterten Spektrums $S(\omega)$:

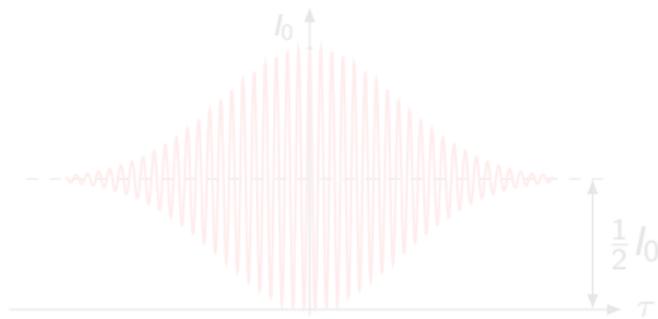
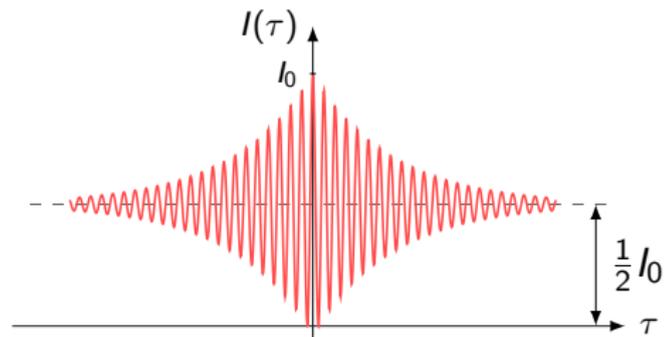
$$I(\tau) = \frac{1}{2} I_0 (1 + \Re\{\gamma(\tau)\}) \quad \text{mit} \quad \gamma(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} S(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega}{\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega}$$

- Normierte Selbstkohärenzfunktion $\gamma(\tau)$

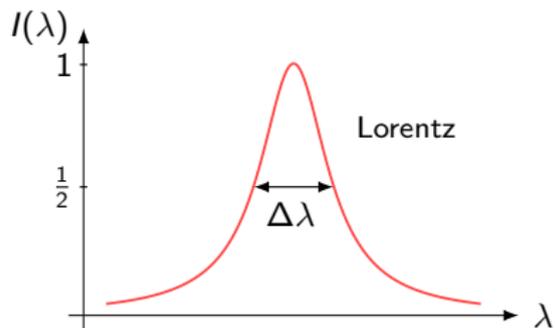
Spektrum



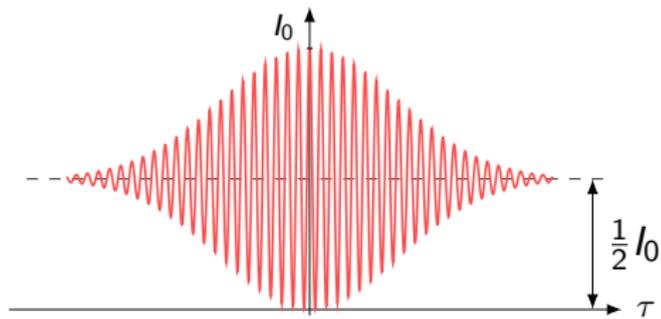
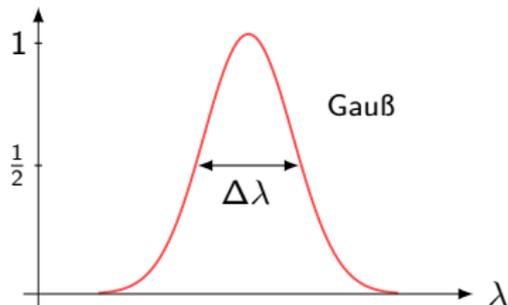
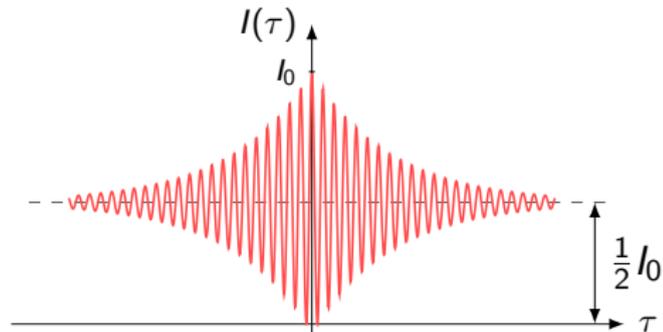
Interferogramm



Spektrum



Interferogramm



Fourier-Transformation des Interferogramms

- Spektrum und das dazugehörige Interferogramm bilden ein sog. Fourier-Transformationspaar

$$\mathcal{F}\{S(\tilde{\nu})\} = I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tilde{\nu}) e^{-i2\pi\tilde{\nu}x} d\tilde{\nu},$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{I(x)\} = S(\tilde{\nu}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) e^{i2\pi\tilde{\nu}x} dx$$

Kontrastfunktion und Kohärenz

- Quantitative Analyse der Interferogramme erfolgt über die Kontrastfunktion

$$K(\tau) = \frac{I(\tau_{\max}) - I(\tau_{\min})}{I(\tau_{\max}) + I(\tau_{\min})}$$

- Kohärenzzeit als Laufzeitunterschied $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, für den der normierte Kontrastverlauf auf e^{-1} abgefallen ist.
- Für die Kohärenzlänge gilt

$$\Delta l = c\Delta\tau$$

- Für symmetrische Interferogramme entspricht der Kontrastverlauf dem Betrag der Selbstkohärenzfunktion (\rightarrow Einhüllende)

$$K(\tau) = |\gamma|$$

Kontrastfunktion und Kohärenz

- Quantitative Analyse der Interferogramme erfolgt über die Kontrastfunktion

$$K(\tau) = \frac{I(\tau_{\max}) - I(\tau_{\min})}{I(\tau_{\max}) + I(\tau_{\min})}$$

- Kohärenzzeit als Laufzeitunterschied $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, für den der normierte Kontrastverlauf auf e^{-1} abgefallen ist.
- Für die Kohärenzlänge gilt

$$\Delta l = c\Delta\tau$$

- Für symmetrische Interferogramme entspricht der Kontrastverlauf dem Betrag der Selbstkohärenzfunktion (\rightarrow Einhüllende)

$$K(\tau) = |\gamma|$$

Kontrastfunktion und Kohärenz

- Quantitative Analyse der Interferogramme erfolgt über die Kontrastfunktion

$$K(\tau) = \frac{I(\tau_{\max}) - I(\tau_{\min})}{I(\tau_{\max}) + I(\tau_{\min})}$$

- Kohärenzzeit als Laufzeitunterschied $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, für den der normierte Kontrastverlauf auf e^{-1} abgefallen ist.
- Für die Kohärenzlänge gilt

$$\Delta l = c\Delta\tau$$

- Für symmetrische Interferogramme entspricht der Kontrastverlauf dem Betrag der Selbstkohärenzfunktion (\rightarrow Einhüllende)

$$K(\tau) = |\gamma|$$

Kontrastfunktion und Kohärenz

- Quantitative Analyse der Interferogramme erfolgt über die Kontrastfunktion

$$K(\tau) = \frac{I(\tau_{\max}) - I(\tau_{\min})}{I(\tau_{\max}) + I(\tau_{\min})}$$

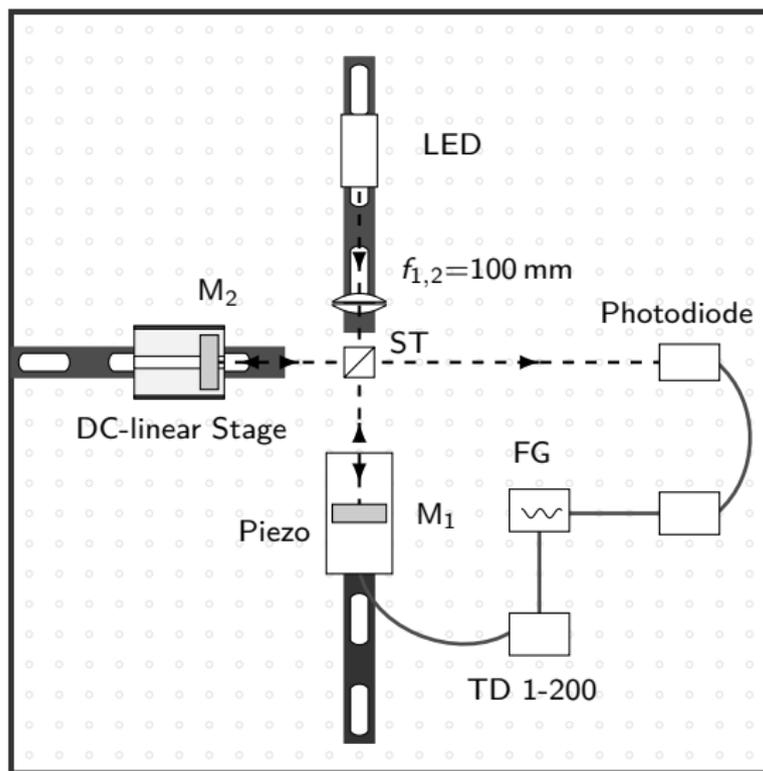
- Kohärenzzeit als Laufzeitunterschied $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, für den der normierte Kontrastverlauf auf e^{-1} abgefallen ist.
- Für die Kohärenzlänge gilt

$$\Delta l = c\Delta\tau$$

- Für symmetrische Interferogramme entspricht der Kontrastverlauf dem Betrag der Selbstkohärenzfunktion (\rightarrow Einhüllende)

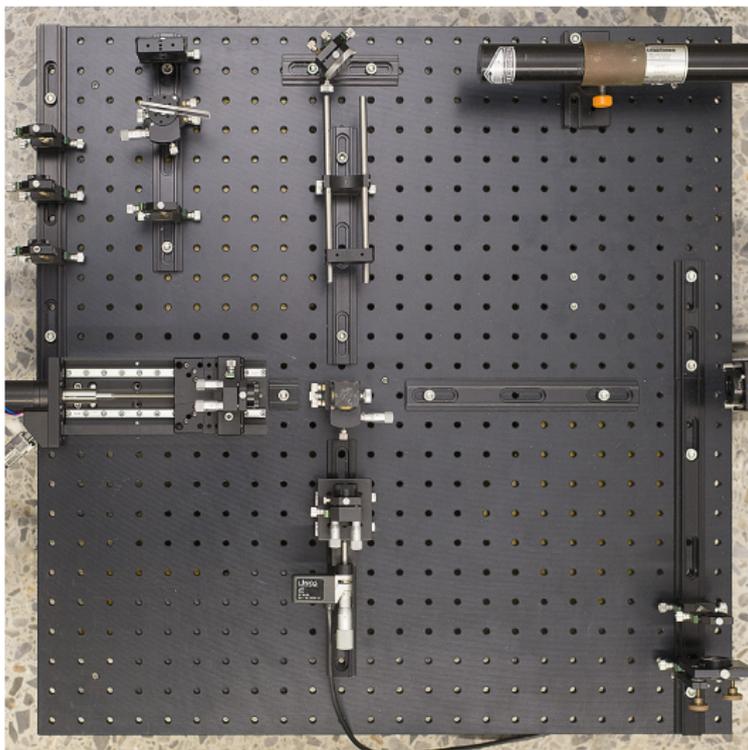
$$K(\tau) = |\gamma|$$

Aufbau zur Messung der Interferogramme



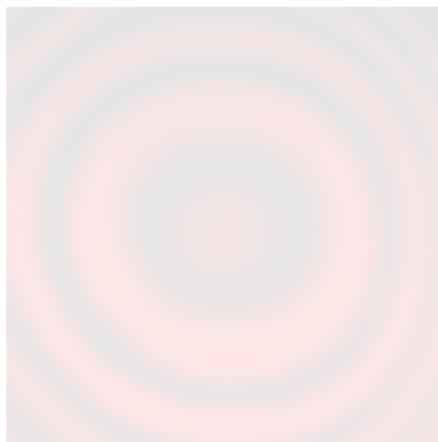
- Frequenzgenerator (FG): Dreieckssignal mit $\nu = 0,011 \text{ Hz}$
- max. Verschiebeweg M_1 : $\Delta s = 60 \mu\text{m}$
- Photodiode im Zentrum des Ringsystems
- Verschiebung M_2 mit DC-linear Stage (50 mm)
- LabVIEW

Foto des Versuchsplatzes



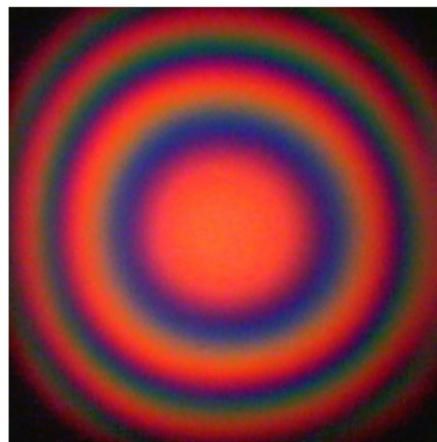
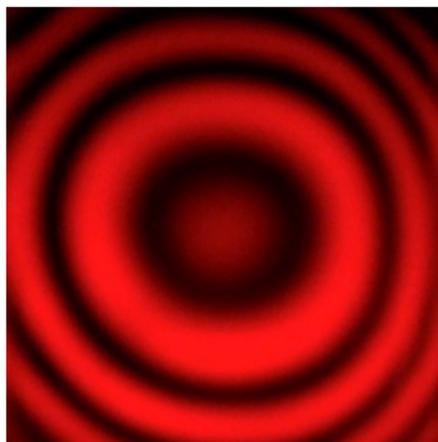
Interferenzringsysteme der roten und weißen LED

- Justage in drei Schritten: 1.) Weißlichtposition mit He-Ne-Laser eingrenzen; 2.) Anschließend genauere Justage mit Na-D-Lampe; 3.) Einbau der LED

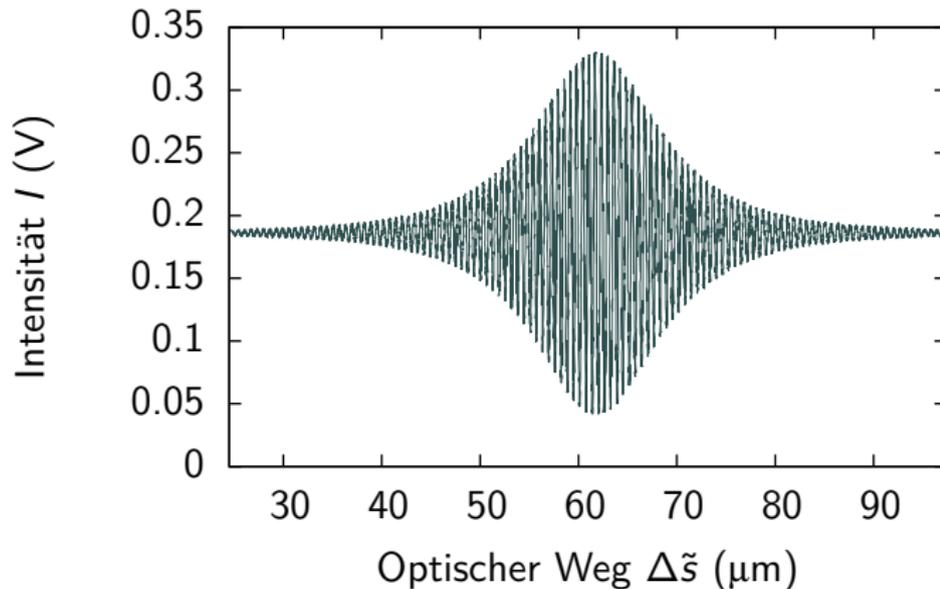


Interferenzringsysteme der roten und weißen LED

- Justage in in drei Schritten: 1.) Weißlichtposition mit He-Ne-Laser eingrenzen; 2.) Anschließend genauere Justage mit Na-D-Lampe; 3.) Einbau der LED

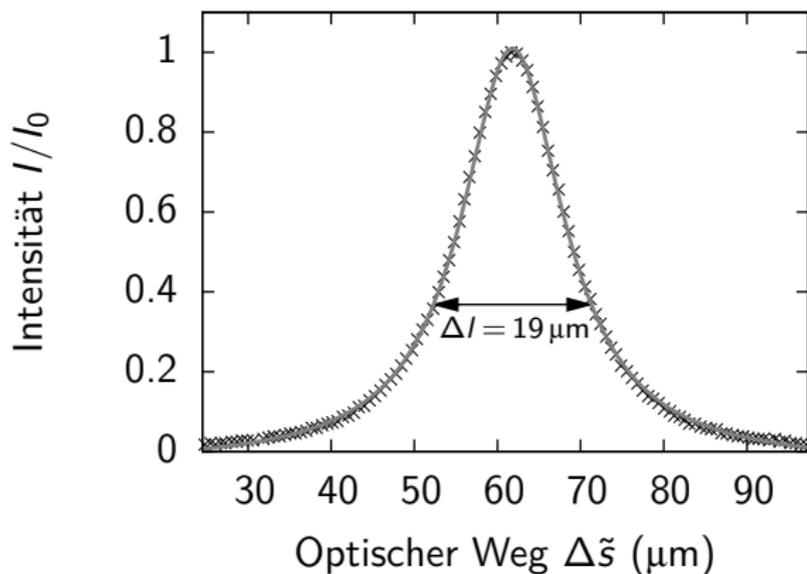


Interferogramm der roten LED



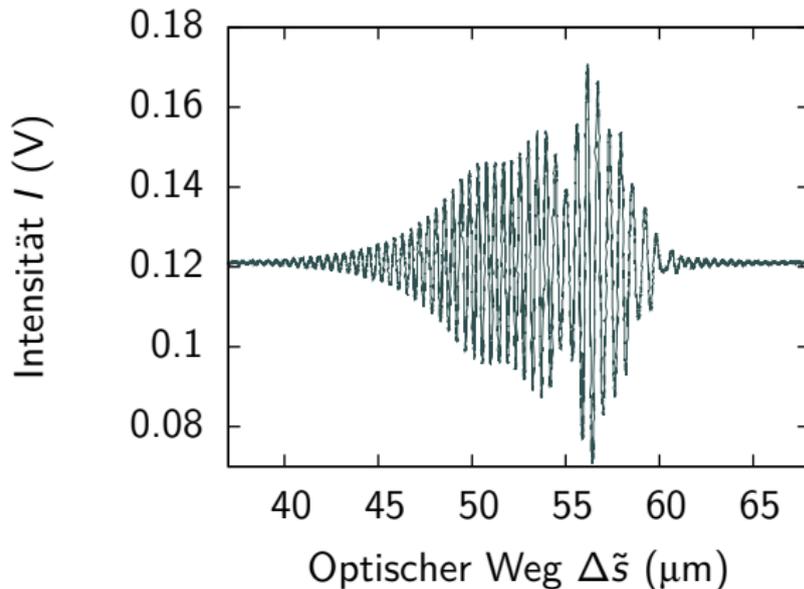
- Verlauf der Einhüllenden zeigt ein Lorentzprofil

Einhüllende des Interferogramms der roten LED



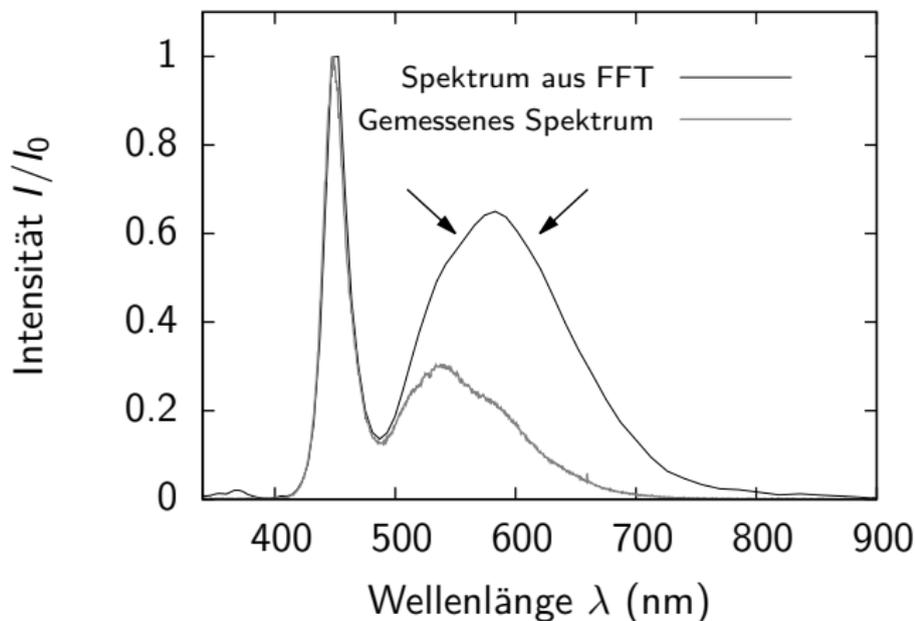
- Übereinstimmung mit Spektralmessung und Spektrum aus FFT

Interferogramm der weißen LED



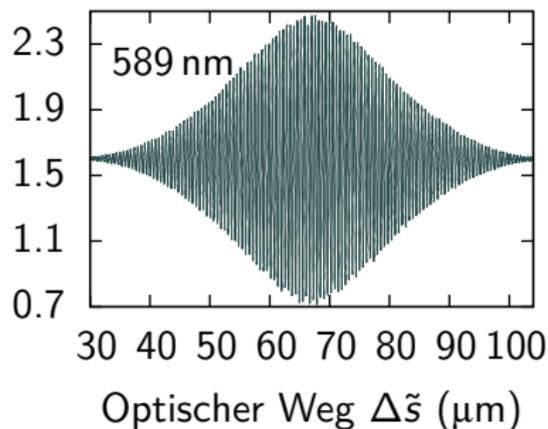
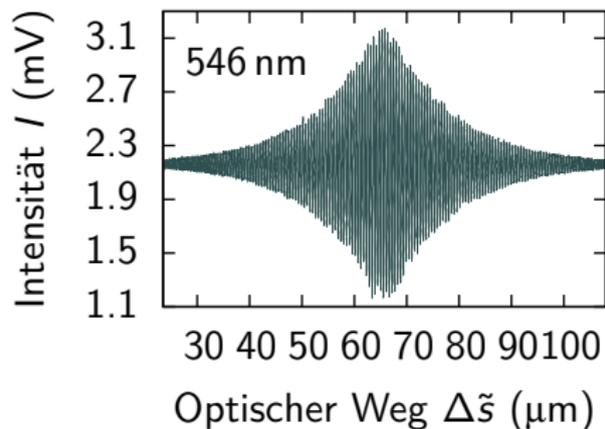
- Deutliche wellenlängenabhängige Änderung der Periodendauer

Fouriertransformation des Interferogramms der weißen LED



- Hohe Intensität im Bereich von 500 – 700 nm resultiert aus der Sensitivität der Si-Photodiode OPT301 im Vgl. zur CCD

Interferogramme der Interferenzfilter



- IF mit 546 nm zeigt deutliches Lorentzprofil im Transmissionspektrum
- IF mit 589 nm: stärkerer gaußförmiger Anteil

Kohärenzlängen und Halbwertsbreiten FWHM der Interferogramme und Spektren

- Aus den Kohärenzlängen lassen sich die spektralen Halbwertsbreiten $\text{FWHM}_{\text{Intf}}$ der Interferogramme berechnen

| LED/I-Filter | Δl (μm) | $\text{FWHM}_{\text{Intf}}$ (nm) | FWHM_{FFT} (nm) |
|--------------------|------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| rote LED | $19,0 \pm 0,1$ | $21,2 \pm 0,1$ | $19,0 \pm 0,5$ |
| IF $\lambda = 546$ | $26,3 \pm 0,4$ | $11,1 \pm 0,2$ | $10,5 \pm 0,5$ |
| IF $\lambda = 589$ | $35,9 \pm 0,3$ | $9,7 \pm 0,1$ | $11,1 \pm 0,5$ |

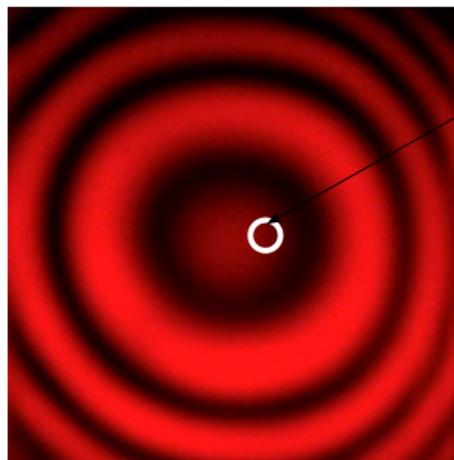
- Gute Übereinstimmung mit gemessenen Spektren

Gliederung

- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED**
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

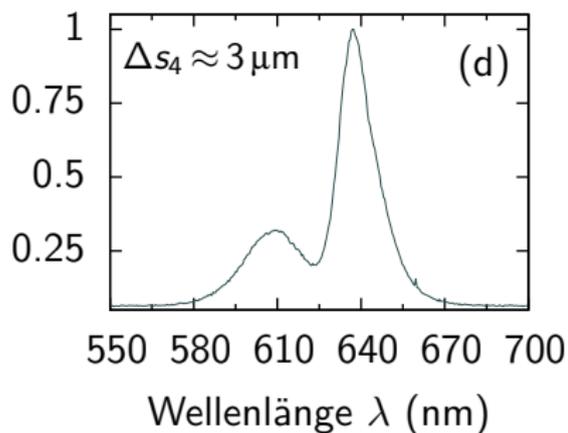
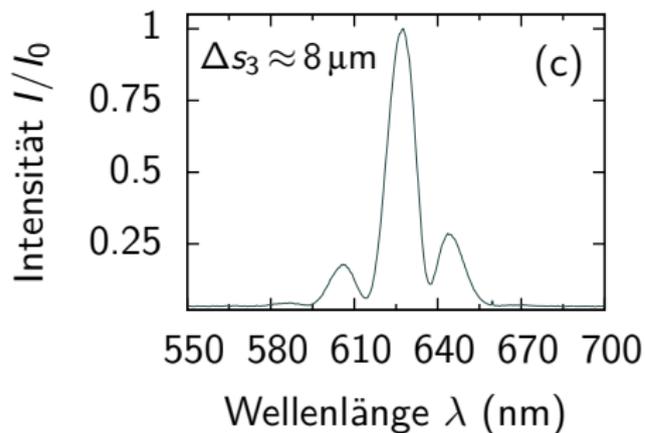
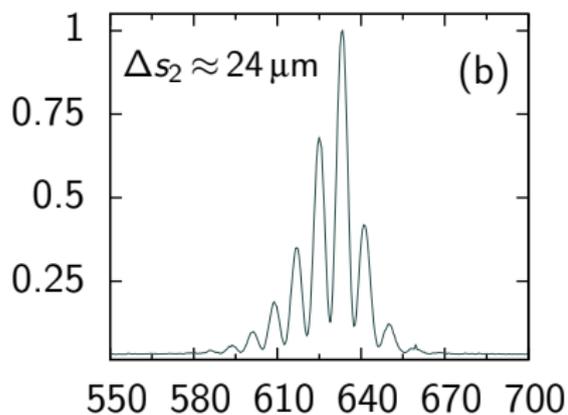
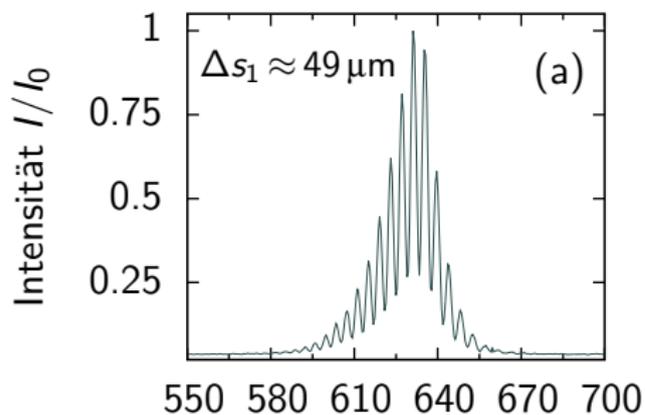
Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED

$$\Delta s \approx 0 \mu\text{m}$$



Position des
Lichtwellenleiters

- Messung nahe des Maximums 0-ter Ordnung für verschiedene Gangunterschiede Δs
- Aufnahme der Spektren mit einem Spektrometer HR2000



Moden im Quasiresonator des MI

- Spiegel M_1 und M_2 des Interferometers fungieren als eine Analogie zu einem optischen Fabry-Pérot-Resonator der Dicke Δs
- Es gilt die Resonanzbedingung $q\lambda = 2L$ und damit

$$\nu_q = q \frac{c}{2L} \quad \longrightarrow \quad \Delta\nu = \frac{c}{2L}$$

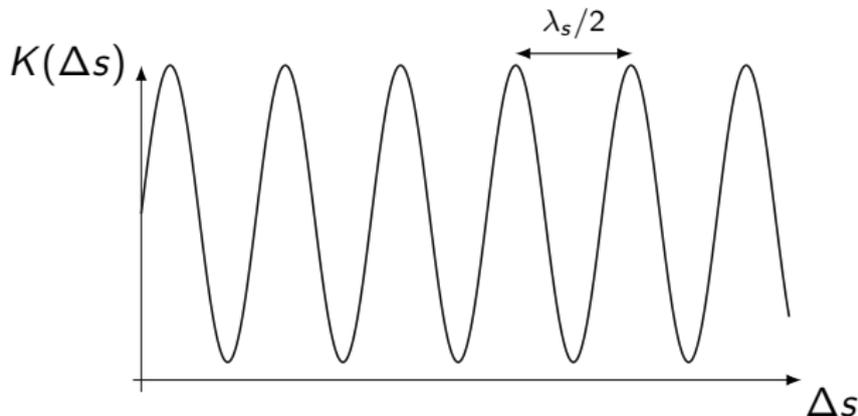
- \rightarrow Modenabstände lassen Rückschluss auf die Resonatorlänge (Spiegelabstand) zu
- Verfahren erlaubt präzise Lokalisierung der Weißlichtposition

Gliederung

- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampfampe**
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

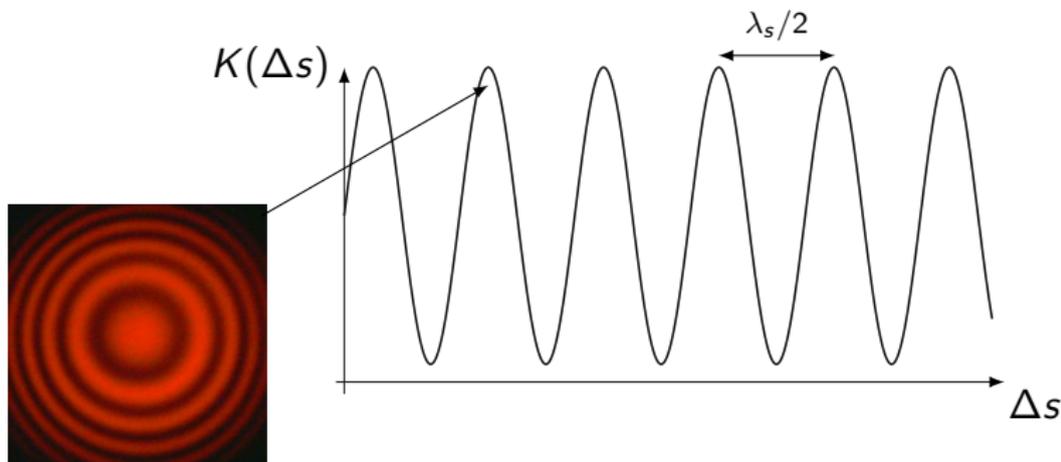
Schwebung der Na-D-Linie

- Doppellinie im Spektrum der Na-D-Lampe mit $\lambda_1 = 588,995 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 589,592 \text{ nm} \rightarrow \Delta\lambda = 0,597 \text{ nm}$
- Interferometer kann resultierende Schwebungswellenlänge auflösen
 \rightarrow Schwebungspunkte niedrigeren und höheren Kontrastes



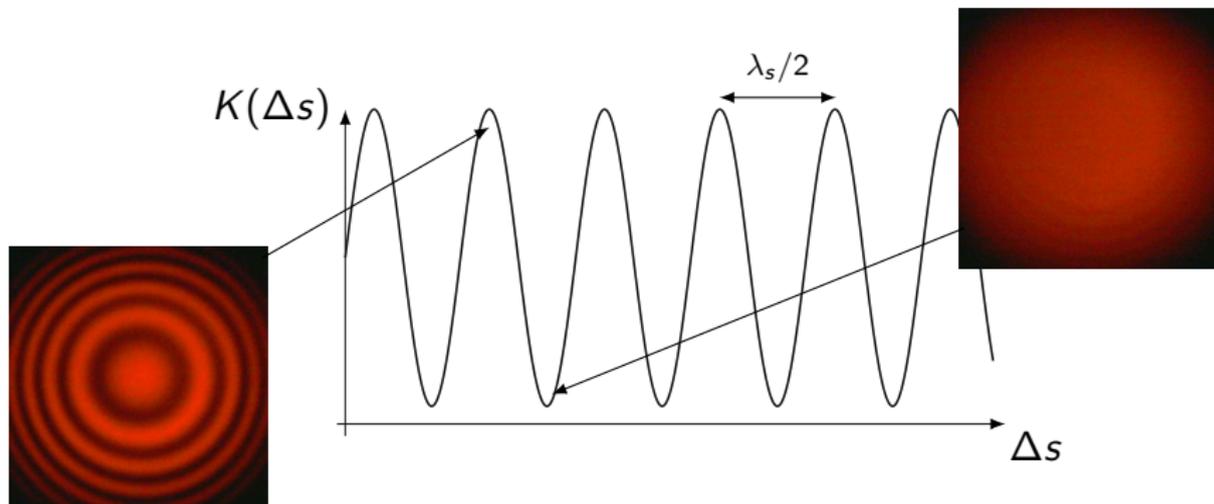
Schwebung der Na-D-Linie

- Doppellinie im Spektrum der Na-D-Lampe mit $\lambda_1 = 588,995 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 589,592 \text{ nm} \rightarrow \Delta\lambda = 0,597 \text{ nm}$
- Interferometer kann resultierende Schwebungswellenlänge auflösen \rightarrow Schwebungspunkte niedrigeren und höheren Kontrastes



Schwebung der Na-D-Linie

- Doppellinie im Spektrum der Na-D-Lampe mit $\lambda_1 = 588,995 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 589,592 \text{ nm} \rightarrow \Delta\lambda = 0,597 \text{ nm}$
- Interferometer kann resultierende Schwebungswellenlänge auflösen \rightarrow Schwebungspunkte niedrigeren und höheren Kontrastes



- $n = 11$ destruktive Schwebungspunkte messbar

Schwebungswellenlänge:

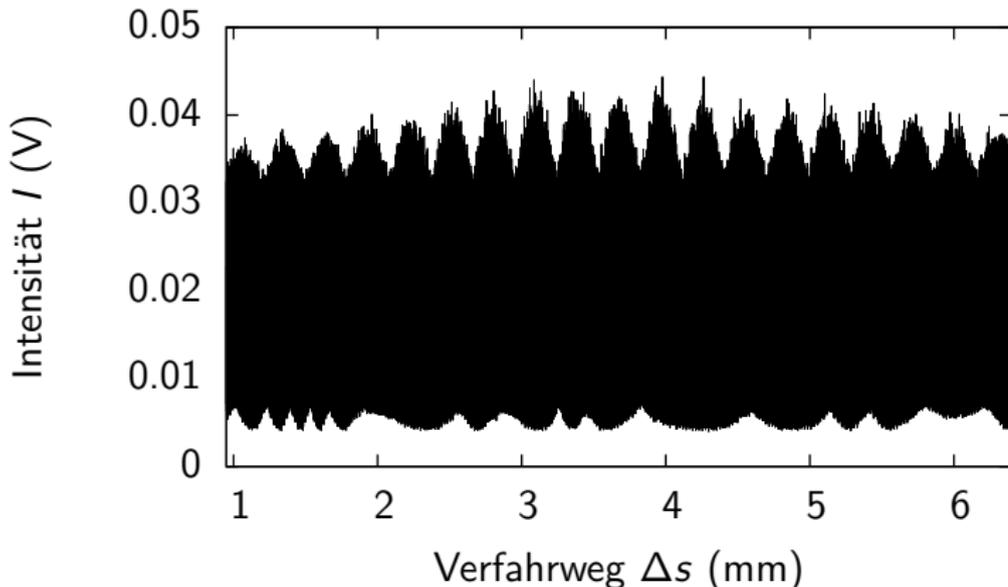
$$\lambda_s = \frac{2\Delta s}{n-1} \approx 0,581 \text{ mm}$$

Berechnung der Wellenlänge λ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_s \lambda_1}{\lambda_s - \lambda_1} \quad \longrightarrow \quad \lambda_2 = (589,59 \pm 0,01) \text{ nm}$$

- Abweichung von 0,2% zum Literaturwert

Gemessene Schwebung im Interferogramm



- Geschwindigkeit Stage: $0,05 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, Anzahl der Messpunkte: 180000

Gliederung

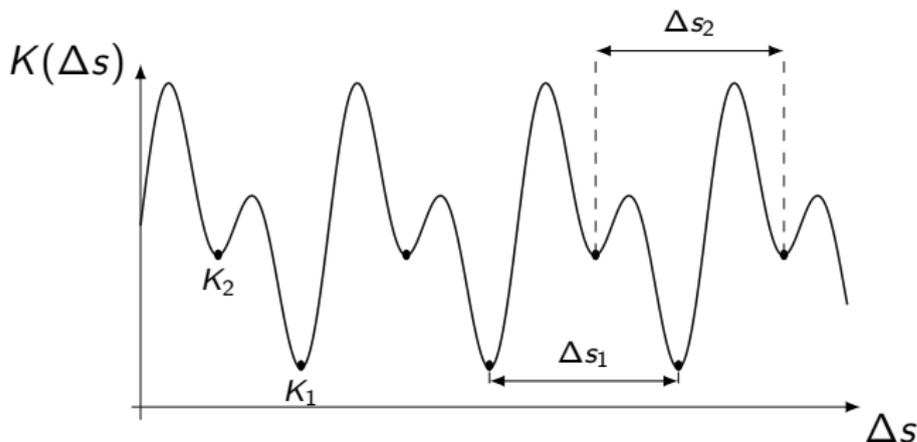
- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers**
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung

Untersuchung eines grünen Halbleiterlasers

- Untersuchung der Axial-Moden eines grünen Halbleiterlasers mit $\lambda = 532 \text{ nm}$
- *Freier Spektralbereich* der im Laserresonator möglichen Axial-Moden

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} \equiv \Delta\nu = \frac{c}{2nL}$$

- Moden erzeugen Schwebungen im Kontrastprofil

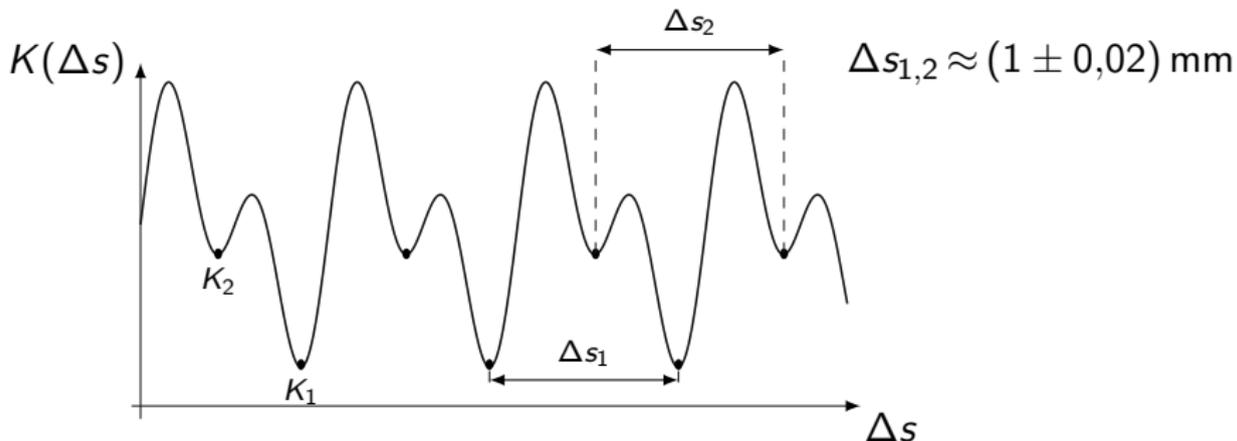


Untersuchung eines grünen Halbleiterlasers

- Untersuchung der Axial-Moden eines grünen Halbleiterlasers mit $\lambda = 532 \text{ nm}$
- *Freier Spektralbereich* der im Laserresonator möglichen Axial-Moden

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} \equiv \Delta\nu = \frac{c}{2nL}$$

- Moden erzeugen Schwebungen im Kontrastprofil



- Resultierender freier Spektralbereich

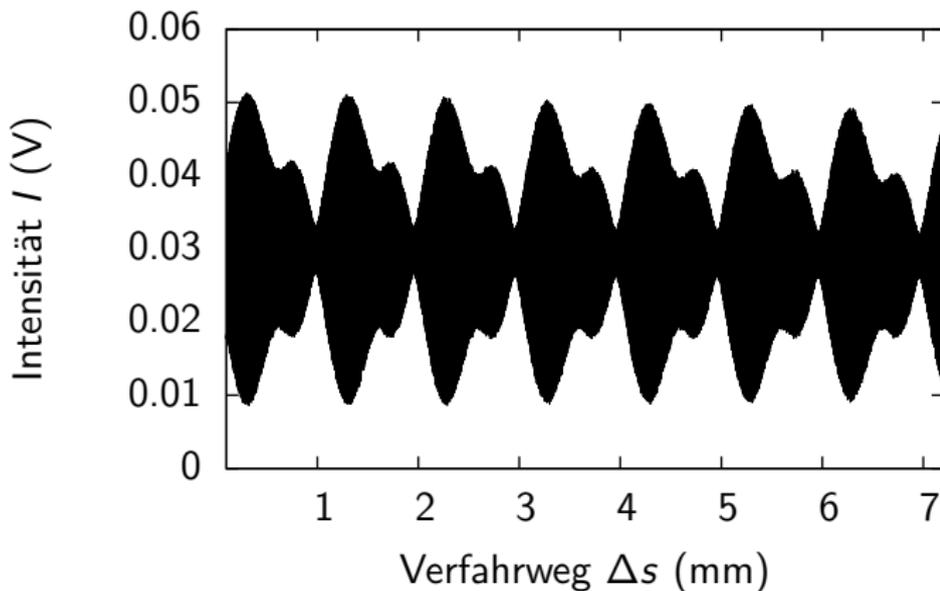
$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{\lambda_s} = \frac{c}{2\Delta s} \approx (150 \pm 3) \text{ GHz}$$

- Modenabstände nur noch von sehr guten Spektrometern auflösbar
- Rückschluss auf Resonatorlänge L möglich

$$\longrightarrow L = (500 \pm 10) \mu\text{m}$$

- Messung mit Gitterspektrometer bestätigen den mit dem MI gemessenen Modenabstand

Gemessene Schwebung im Interferogramm

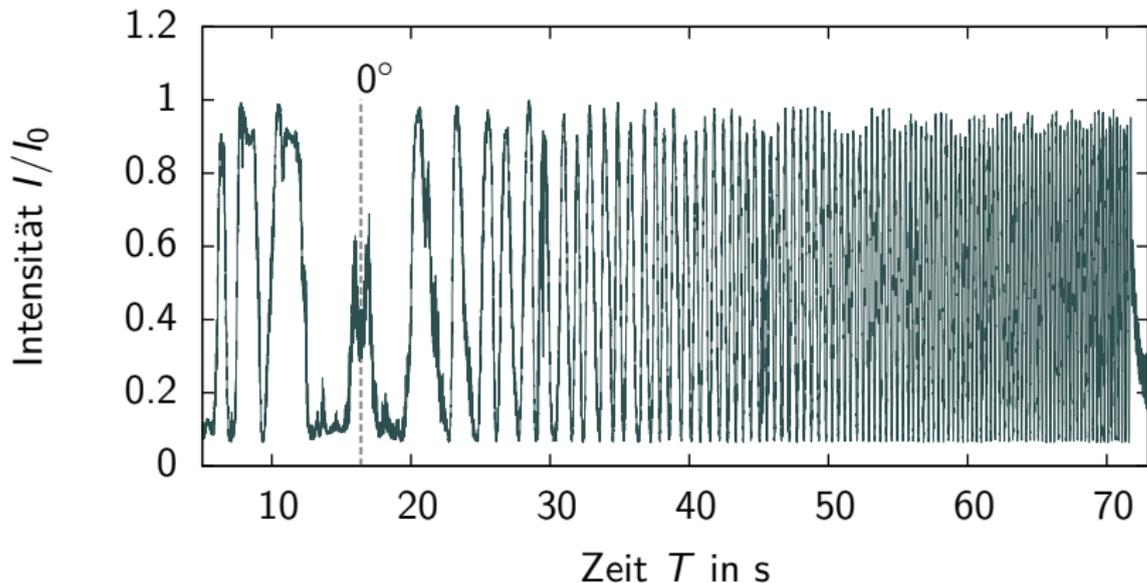


- Geschwindigkeit Stage: $0,06 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, Anzahl der Messpunkte: 240000

Gliederung

- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampf Lampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte**
- 7 Zusammenfassung

Brechungsindex einer Glasplatte



- Intensitätsverlauf für eine um $15,52^\circ$ gedrehte Glasplatte mit einer Dicke von $d = 2,5$ mm $\rightarrow n = 1,519 \pm 0,009$

Gliederung

- 1 Funktionsprinzip des Michelson-Interferometers
- 2 Messung und Auswertung der Interferogramme
- 3 Spektrale Untersuchung des Ringsystems einer roten LED
- 4 Doppellinie der Natriumdampflampe
- 5 Untersuchung der Moden eines Halbleiterlasers
- 6 Brechungsindex einer Glasplatte
- 7 Zusammenfassung**

Zusammenfassung

- Sehr genaue spektroskopische Untersuchungen (u. a. von LEDs) mit dem Michelson-Interferometeraufbau möglich
- Linienabstände der Na-D-Linie und der Axial-Moden eines HL über Schwebungspunkte messbar
- Weiterhin wurden untersucht: Hystereseverhalten des Piezos, Polarisation im MI, Emissionsspektren der Lichtquellen und Transmissionsspektren der IF, Brechungsindex einer Glasplatte
- Aus der Arbeit ergibt sich ein breites Spektrum an anspruchsvollen Messaufgaben für einen zukünftigen FP-Versuch
- Im Kontext Schule (Wellenoptik) sind einfache Aufbauten des MI verfügbar (z. B. Lego)

Literatur

-  TU Dresden - Institut für Angewandte Photophysik: HO-Holographie *Ausführliche Anleitung*, Version 2.7, April 2012, URL <http://tudresden.de>, Bremen, den 02.04.2014
-  Ludwig Bergmann, Clemens Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik Band 4 *Bestandteile der Materie: Atome, Moleküle, Atomkerne, Elementarteilchen*, 2. Auflage, de Gruyter-Verlag Berlin, 2003
-  Hochschule für angewandte Wissenschaften - FH München, Physikalisches Praktikum II *Michelson-Interferometer (MIF)*, URL <http://w3-o.hm.edu>, Bremen, den 17.07.2014
-  Wolfgang Demtröder: Experimentalphysik 2 *Elektrizität und Optik*, 5. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009

Danke für die Aufmerksamkeit!